



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2022-2023

Etapa I
Clasa a IV-a

- Soluții -
Lioara Ivanovici, Cristina Frone

§1 Soluții

Problema 1

Pe masa lui Patrick sunt 99 de gogoși ambalate, pe care le-a numerotat folosind toate numerele naturale de la 1 la 99. Patrick îi spune lui Sponge Bob că poate lua de pe masă toate gogoșile pe care este scris un număr natural cu suma cifrelor egală cu 13. Câte gogoși poate lua Sponge Bob?



a) 9

b) 10

c) 6

d) 4

Demonstrație. Pentru a răspunde la întrebare trebuie să aflăm câte numere naturale de la 1 la 99 au suma cifrelor egală cu 13. Acestea sunt 49, 58, 67, 76, 85 și 94. Așadar, Sponge Bob poate lua de pe masă gogoși.

Răspuns corect: 5p

Problema 2

Care este cel mai mic număr natural de patru cifre distincte care este mai mare decât 8888?

Demonstrație. Dacă cifra sutelor este cel mult 7, atunci toate numerele de forma $\overline{8abc}$ cu $a \leq 7$ sunt mai mici decât 8888. Atunci cifra sutelor trebuie să fie mai mare decât 8, deci ea poate fi doar 9. Acum vom căuta cel mai mic dintre numerele de forma $\overline{89bc}$. Cel mai mic este 8900, dar nu are toate cifrele distincte, însă consecutivul lui respectă toate cerințele. Cel mai mic număr dintre cele care sunt scrise cu cifre distincte și este mai mare decât 8888 este .

Răspuns corect: 5p

Problema 3

Câte caiete poate cumpăra Ana cu 100 RON, dacă pentru 9 caiete de același fel Alin a plătit 36 RON?



a) 11

b) 35

c) 18

d) 25

Demonstrație. Putem afla cât costă un caiet împărțind suma pe care a plătit-o Alin la numărul de caiete cumpărate, adică $36 : 9 = 4$ RON. Cu 100 RON Ana poate cumpăra $100 : 4 = \boxed{25}$ caiete.

Răspuns corect: d) 5p

□

Problema 4

Care este suma dintre cel mai mic număr de patru cifre impar și cel mai mare număr de patru cifre par?

a) 11099

b) 10998

c) 11000

d) 10999

Demonstrație. Cel mai mic număr impar de 4 cifre este 1001 și cel mare număr par de 4 cifre este 9998. Suma lor este $1001 + 9998 = \boxed{10999}$.

Răspuns corect: d) 5p

□

Problema 5

Biblioteca Digitală Upper.School poate fi deschisă dacă aflați codul de acces, acesta fiind suma numerelor a și b care verifică egalitățile:

$$(2 \times a + 3) \times 4 = 36$$

$$(20 - b) : 4 + 6 = 10.$$

Care este codul de acces în Biblioteca Digitală Upper.School?

a) 8

b) 12

c) 7

d) 4

Demonstrație. Îl aflăm mai întâi pe a :

$$(2 \times a + 3) \times 4 = 36$$

$$2 \times a + 3 = 36 : 4$$

$$2 \times a + 3 = 9$$

$$2 \times a = 9 - 3$$

$$2 \times a = 6$$

$$a = 6 : 2$$

$$a = 3.$$

Aflăm care este valoarea lui b :

$$(20 - b) : 4 + 6 = 10$$

$$(20 - b) : 4 = 10 - 6$$

$$(20 - b) : 4 = 4$$

$$20 - b = 4 \times 4$$

$$20 - b = 16$$

$$b = 20 - 16$$

$$b = 4.$$

Suma numerelor a și b este $a + b = \boxed{7}$.

Răspuns corect: 5p

Problema 6

Curioasă din fire, bunica l-a întrebat pe Luca câți bani a economisit. Acesta i-a răspuns: "Din premiile pe care le-am obținut la concursuri și din banii de buzunar pe care i-am primit anul acesta am strâns o sumă egală cu suma a șase numere naturale consecutive pare în care cel mai mare este succesorul lui 121".

Câți bani a economisit Luca?



Demonstrație. Succesorul lui 121 este 122 și acesta este cel mai mare dintre cele 6 numere consecutive pare. Suma pe care a economisit-o Luca este $122 + 120 + 118 + 116 + 114 + 112 = \boxed{702}$.

Răspuns corect: 5p

Problema 7

La petrecerea de Halloween au participat toți cei 24 de copii din clasă, iar dintre aceștia 13 sunt fete. Copiii au fost invitați să își comande un singur desert: o înghețată sau un ecler, dar nu ambele simultan. Toți băieții și-au comandat câte o înghețată și numărul înghețatelor comandate a fost 16. Câte fete și-au comandat înghețată?

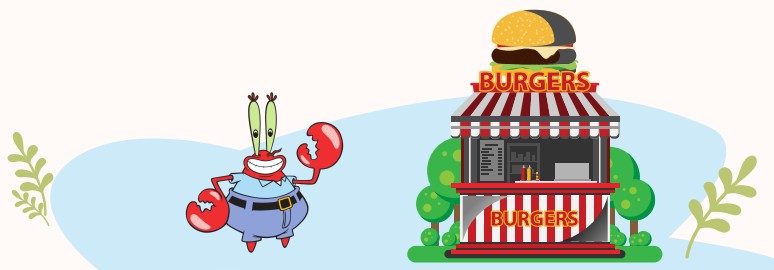


Demonstrație. Numărul băieților din clasă este $24 - 13 = 11$, deci din cele 16 înghețate, 11 au fost comandate de către băieți și numărul de fete care au mâncat înghețată este $16 - 11 = \boxed{5}$.

Răspuns corect: 5p

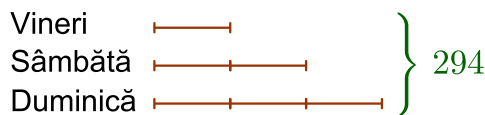
Problema 8

Mr. Krabs vinde 294 burgeri în trei zile consecutive. Sâmbătă a vândut de două ori mai mulți decât vineri, iar duminică a vândut de trei ori mai mulți decât vineri. Câți burgeri a vândut Mr. Krabs duminică?



Demonstrație.

Soluția 1:



Suma celor 6 părți egale este 294. O parte egală este $294 : 6 = 49$. Duminică a mâncat 3 părți egale, adică $49 \times 3 = \boxed{147}$ burgeri.

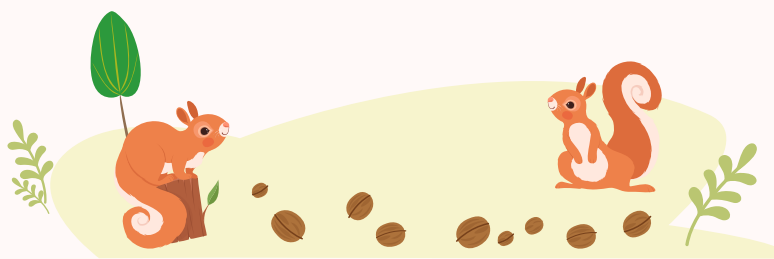
Soluția 2:

Vom nota cu a numărul de burgeri pe care i-a vândut vineri. Sâmbătă a vândut $2 \times a$, iar duminică $3 \times a$ burgeri. Vom rezolva ecuația $a + 2 \times a + 3 \times a = 294 \iff 6 \times a = 294 \iff a = 294 : 6 \iff a = 49$. În ziua de duminică numărul burgerilor vânduți de Mr. Krabs a fost de $3 \times 49 = \boxed{147}$.

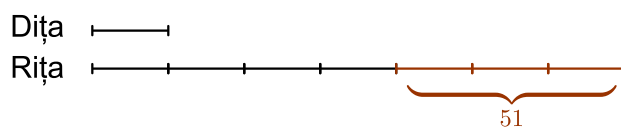
Răspuns corect: $\boxed{147}$ 5p □

Problema 9

La începutul iernii veverița Rița adunase de 7 ori mai multe nuci decât surioara ei mai mică, veverița Dița. Rița îi dă surioarei ei 51 de nuci pentru ca cele două surori să aibă același număr de nuci. Câte nuci au adunat cele două veverițe împreună?



Demonstrație.



Rița are cu 6 segmente mai mult decât Dița și pentru ca cele două să aibă același număr de nuci Rița trebuie să îi dea surorii sale cât valorează 3 segmente, deci cele 51 de nuci. Un segment reprezintă $51 : 3 = 17$ nuci, deci cele două veverițe au adunat împreună $17 \times 8 = 136$ de nuci.

Răspuns corect: 136 5p



Problema 10

Laura intră în florărie pentru a cumpăra flori de ziua mamei. Vânzătoarea i-a arătat un buchet din 6 trandafiri și 3 crizanteme care costă 48 RON și i-a spus că 2 trandafiri costă cât 3 crizanteme. Laura a cumpărat un buchet cu 3 trandafiri și 3 crizanteme. Cât a plătit Laura pentru acest buchet?



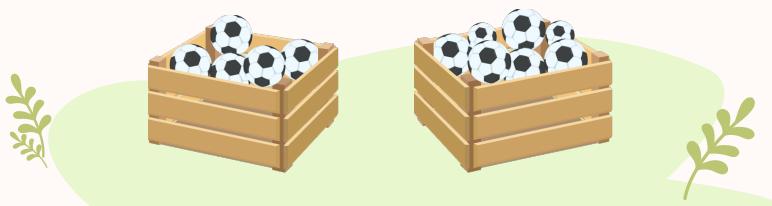
Demonstrație. Dacă 2 trandafiri costă cât 3 crizanteme, atunci $6 = 3 \times 2$ trandafiri costă cât $3 \times 3 = 9$ crizanteme. Deci, un buchet din 6 trandafiri și 3 crizanteme costă cât $9 + 3 = 12$ crizanteme, adică 48 RON. Prețul unei crizanteme este $48 : 12 = 4$ RON, deci 3 crizanteme costă $3 \times 4 = 12$ RON, de unde aflăm că 2 trandafiri costă 12 RON. Un singur trandafir costă $12 : 2 = 6$ RON. Am aflat care sunt prețurile pentru un trandafir și o crizantemă, acum putem afla că buchetul format din 3 trandafiri și 3 crizanteme a costat $3 \times 6 + 3 \times 4 = 30$ RON.

Răspuns corect: 30 5p



Problema 11

O ladă cu 20 de mingi cântărește 500 grame, iar numai cu 5 mingi cântărește 200 grame. Cât cântărește lada goală?



Demonstrație. Lada cu 20 de mingi cântărește mai mult pentru că are în plus $20 - 5 = 15$ mingi. Acestea reprezintă diferența dintre masa lăzii cu 20 de mingi și masa lăzii cu 5 mingi, adică $500 - 200 = 300$ grame. O singură minge cântărește $300 : 15 = 20$ grame. Pentru a afla cât cântărește lada goală vom scădea din 200 grame masa celor 5 mingi și obținem astfel că lada fără nicio minge cântărește $200 - 5 \times 20 = 200 - 100 = 100$ grame.

Răspuns corect: 100 5p

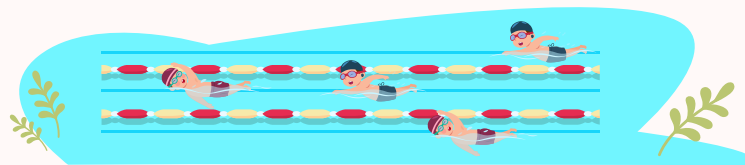


Problema 12

Andrei, Bogdan, Costel și Dan au făcut un concurs de înot. Întrebați de sora lor, Ioana, care a fost rezultatul întrecerii, aceștia au răspuns:

- Andrei: "Nu m-am clasat pe primele două locuri";
- Bogdan: "Nu am fost pe primul loc";
- Costel: "Am fost exact înaintea lui Andrei";
- Dan: "Am realizat ce mi-am propus".

Cine a fost pe primul loc la sfârșitul concursului?



a) Andrei

b) Bogdan

c) Costel

d) Dan

Demonstrație. Andrei nu s-a clasat pe primele două locuri, adică s-ar fi putut afla pe locurile 3 sau 4.

- Dacă Andrei s-a situat pe locul al III-lea, atunci Costel este pe locul al II-lea și Bogdan pe al IV-lea pentru că Bogdan nu s-a situat pe primul loc. Deci, pe primul loc a fost Dan în acest caz.
- Dacă Andrei s-a situat pe locul al IV-lea, atunci Costel a fost pe al III-lea, Bogdan, nefiind pe primul loc, a fost pe al II-lea. Deci, și în acest caz, pe primul loc a fost Dan.

Răspuns corect: d 5p

□

Problema 13

La un concurs de pictură erau înscriși inițial 18 băieți și 8 fete. În fiecare zi s-au mai înscris câte 3 fete și un băiat până când numărul fetelor înscrise la concurs a devenit egal cu numărul băieților. Câți copii au participat la concurs?



a) 54

b) 47

c) 50

d) 46

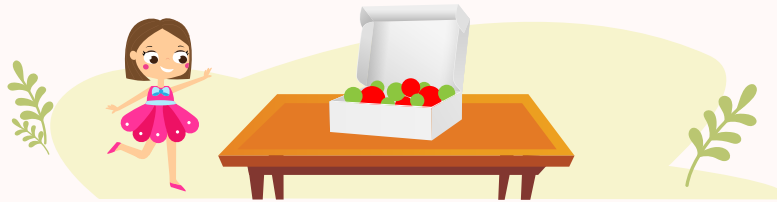
Demonstrație. Inițial diferența dintre numărul de băieți și fete era $18 - 8 = 10$. În fiecare zi în care se mai înscriu câte 3 fete și un băiat diferența dintre numărul de băieți și fete înscriși la concurs scade cu 2. Pentru că $10 : 2 = 5$, înseamnă că în 5 zile s-au mai înscris copii până când

numărul de fete și băieți devine egal, în total $5 \times 3 + 5 \times 1 = 15 + 5 = 20$ de copii. Numărul copiilor care au participat la concurs este $18 + 8 + 20 = \boxed{46}$.

Răspuns corect: d) 5p

Problema 14

Într-o cutie sunt 20 bile roșii și verzi. Dacă scot 10 bile fără să le văd, sigur cel puțin una este verde; dacă scot 12 bile fără să le văd, sigur cel puțin una este roșie. Câte bile verzi sunt în cutie?



a) 11

b) 10

c) 9

d) 12

Demonstrație.

- Cel mai mare număr de bile roșii care ar putea fi în cutie este 9, altfel, dacă ar fi cel puțin 10, atunci ar exista posibilitatea să extragem 10 bile roșii și atunci niciuna nu ar fi verde. Cum numărul total de bile este 20 obținem că numărul de bile verzi este cel puțin $20 - 9 = 11$.
- Cel mai mare număr de bile verzi este 11 pentru că dacă numărul lor ar fi mai mare decât 11, atunci ar exista posibilitatea să extragem 12 bile verzi și niciuna nu ar fi roșie.

Cum numărul de bile verzi este cel puțin 11 și cel mult 11, înseamnă că în cutie sunt 11 bile verzi.

Răspuns corect: a) 5p

Problema 15

Cu câți centimetri trebuie mărită latura unui pătrat pentru ca perimetrul său să se mărească cu 32 cm?

a) 4 cm

b) 8 cm

c) 2 cm

d) 6 cm

Demonstrație. Atunci când mărim latura unui pătrat cu un număr de centimetri, perimetrul pătratului se mărește cu de 4 ori acel număr de centimetri.

Dacă l este lungimea laturii inițiale și x numărul de centimetri cu care mărim latura, atunci perimetrul se mărește cu $4 \times x$ cm. Acest număr reprezintă creșterea perimetrului, deci $4 \times x = 32$, de unde $x = 32 : 4 = \boxed{8 \text{ cm}}$.

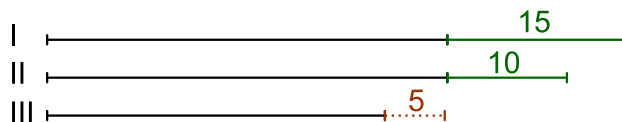
Răspuns corect: b) 5p

Problema 16

Suma a trei numere este 110. Dacă din primul număr scădem 15, din al doilea scădem 10, iar la al treilea adunăm 5 obținem numere egale. Care era valoarea celui mai mare dintre numere înainte de a face aceste operații?

Demonstrație. Să observăm că primul număr este cu 20 mai mare față de al treilea, iar al doilea este cu 15 mai mare față de al treilea.

Soluția 1:



- $110 - 15 - 10 + 5 = 90$ este suma celor 3 părți egale.
- O parte egală este $90 : 3 = 30$.
- Primul număr este $30 + 15 = 45$, al doilea număr este $30 + 10 = 40$ și al treilea număr este $30 - 5 = 25$.

Cel mai mare dintre numere este primul și are valoarea 45.

Soluția 2:

Vom nota cu a , b și c cele trei numere. Suma lor este 110, adică $a + b + c = 110$ și în urma celor trei operații acestea devin egale, adică $a - 15 = b - 10 = c + 5$.

$$a - 15 = c + 5$$

$$a = c + 5 + 15$$

$$a = c + 20$$

și

$$b - 10 = c + 5$$

$$b = c + 5 + 10$$

$$b = c + 15.$$

Înlocuim pe a și c în $a + b + c = 110$ și obținem $c + 20 + c + 15 + c = 110$, adică $3 \cdot c + 35 = 110 \iff 3 \cdot c = 110 - 35 \iff 3 \cdot c = 75 \iff c = 75 : 3 \iff c = 25$. Putem afla acum valorile pentru celelalte două numere. $a = c + 20 = 25 + 20 = 45$ și $b = c + 15 = 25 + 15 = 40$. Cel mai mare dintre numere este a și este egal cu 45.

Răspuns corect: 45 5p
□

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: 20p

Total: 100p

Timp de lucru: 2 ore